

I kolokvijum

Teorijska pitanja:

P1. Definirati potencijal tačke u elektrostatičkom polju [2]. Navesti osnovne uslove elektrostatičke ravnoteže provodnog tela [2]. Izvesti izraze za raspodelu vektora \mathbf{E} unutar i oko metalne sfere, poluprečnika R , naelektrisanje količinom naelektrisanja Q , u vakuumu [2].

P2. Nacrtati sliku, obeležiti sve potrebne veličine [2] i izvesti izraz za podužnu kapacitivnost koaksijalnog kondenzatora sa vazдушnim dielektrikom, poluprečnika elektroda a i b . [2].

P3. Jednačina kontinuiteta za stacionarno strujno polje [2]. Omov zakon u lokalnom i integralnom obliku [2], iskaz i zapis.

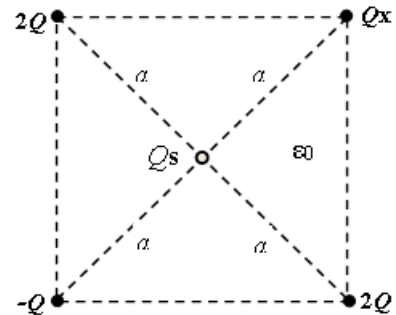
P4. U rednoj vezi naponi na otpornicima R_1 i R_2 se odnose kao 3:1. Kakav će biti odnos snaga Džulovih gubitaka kada se ovi otpornici povežu paralelno? Obavezno nacrtati šemu povezivanja [2] i obrazložiti odgovor [2].

Zadaci:

Z1. Tri punktualna naelektrisanja leže u tri temena kvadrata dijagonale $2a$, kao na slici. Sredina je vakuum. Odrediti:

- Punktualno naelektrisanje Q_x u četvrtom temenu kvadrata tako da potencijal električnog polja u centru kvadrata bude nula [2].
- Vektor jačine električnog polja u centru kvadrata [2].
- Odrediti vektor Kulonove sile \mathbf{F} koja deluje na tačkasto naelektrisanje Q_s koje je naknadno uneto u centar kvadrata [2].

Podaci: $Q=0.1\text{nC}$, $Q_s=-0.01\text{nC}$ $a=4.5\text{cm}$ i $\epsilon_0 = 10^{-9} / 36\pi \text{ F/m}$



Z2. Pločasti kondenzator ispunjen je sa dva homogena, linearna dielektrika relativnih permitivnosti 3 i 5, respektivno. Razdvojna površina između dielektrika je normalna na obloge i nalazi se tačno na sredini kondenzatora. Površina elektroda je 40cm^2 , a rastojanje između njih 2mm. Naelektrisanja ploča kondenzatora su $\pm 2\text{nC}$. Obavezno nacrtati sliku (rešenje bez slike se ne boduje). Odrediti:

- Vektor jačine električnog polja [2] u kondenzatoru i napon [2] između elektroda.
- Kapacitivnost [2] i energiju [2] ovog kondenzatora

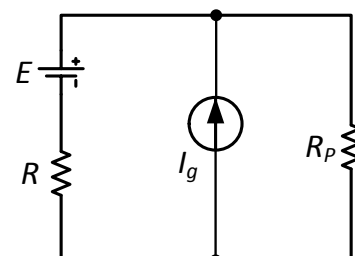
Z3. Voltmetar priključen na kontakte neopterećenog akumulatora pokazuje 12V. Snaga Džulovih gubitaka na termogenom potrošaču priključenom na ovaj akumulator iznosi 20W, pri čemu ampermetar pokazuje struju od 2A kroz akumulator. Obavezno nacrtati šemu kola (rešenje bez šeme se ne boduje). Odrediti:

- otpornost potrošača [2],
- unutrašnju otpornost ovog akumulatora [2],
- snagu Džulovih gubitaka u akumulatoru [2],
- ako se paralelno potrošaču veže još jedan isti takav potrošač, kolika je tada struja kroz kolo [2]?

Z4.) Za kolo sa šeme odrediti:

- struju naponskog [2] i napon strujnog generatora [2],
- uloženu snagu svakog generatora [2+2] .
- snagu termičke disipacije na potrošaču R_P [2]

Podaci: $E=30 \text{ [V]}$, $I_g = 1/3 \text{ [A]}$, $R=30[\Omega]$ i $R_P=90 [\Omega]$.



$$\mathbf{P2.} \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_S E \cdot dS = E \cdot 2\pi r l = \frac{Q' \cdot l}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 r} \wedge \mathbf{E} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 r} \mathbf{r}_0, \quad a \leq r \leq b,$$

$$U = V_1 - V_2 = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right), \quad C' = \frac{Q'}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln(\frac{b}{a})}$$

P4. $U_1 = IR_1$, $U_2 = IR_2$, $U_1/U_2 = 3:1$, sledi $R_1 = 3R_2$. U paralelnoj vezi napon je isti, pa je $P_1 = U^2/R_1$, a $P_2 = U^2/R_2$ pa je $P_1/P_2 = R_2/R_1 = 1/3$. Dakle **$P_1/P_2 = 1:3$** .

$$\mathbf{Z1. a)} V_0 = V_0(-Q) + V_0(2Q) + V_0(2Q) + V_0(Q_X) = 0, \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a} [-Q + 2Q + 2Q + Q_X] = 0 \text{ sledi}$$

$$Q_X = -3Q = -0.3nC.$$

b) $\vec{E}_0 = \vec{E}_0(-Q) + \vec{E}_0(2Q) + \vec{E}_0(2Q) + \vec{E}_0(-3Q)$, zbog simetrije poništavaju se polja koja potiču od naelektrisanja $2Q$. Polja od $-Q$ i $-3Q$ se delimično kompenzuju, a resultantno polje je

$$E_R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|-2Q|}{a^2} = \frac{1}{4\pi} \frac{2 \cdot 0.1 \cdot 10^{-9}}{10^{-9} (4.5 \cdot 10^{-2})^2} = 888.9 \text{ N/m} \text{ i usmereno je po dijagonali prema } Q_X.$$

c) $\vec{F}_S = \vec{E}_0 \cdot Q_S = -Q\vec{E}_0$, intenzitet je $F_S = Q_S E_0 = 0.01 \cdot 10^{-9} \cdot 888.9 = 8.9 \text{ nN}$ po dijagonali kvadrata prema naelektrisanju $-Q$.

Z2. Razdvojna površina normalna na ploče kondenzatora, onda je vektor jačine polja tangencijalan na razdvojnu površinu. Iz drugog graničnog uslova sledi: $\mathbf{E}_{1tg} = \mathbf{E}_{2tg} \Rightarrow \mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_2 = \mathbf{E}$,

$$\mathbf{D}_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r1} \mathbf{E} \text{ i } \mathbf{D}_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r2} \mathbf{E} \cdot \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q_1,$$

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \int_{S/2} \mathbf{D}_1 d\mathbf{S} + \int_{S/2} \mathbf{D}_2 d\mathbf{S} = D_1 S / 2 + D_2 S / 2 = Q_1.$$

$$D_1 S / 2 + D_2 S / 2 = \epsilon_0 \epsilon_{r1} E \cdot S / 2 + \epsilon_0 \epsilon_{r2} E \cdot S / 2 = \epsilon_0 S / 2 \cdot (\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}) E = Q_1,$$

$$E = \frac{Q_1}{\epsilon_0 \cdot S / 2 \cdot (\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})} = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{(10^{-9} / 36\pi) \cdot (40 \cdot 10^{-4} / 2) \cdot (3 + 5)} = 14.14 [\text{KV/m}].$$

$$U = E \cdot d = 14.14 \cdot 10^3 [\text{V/m}] \cdot 2 \cdot 10^{-3} [\text{m}] = 28.28 [\text{V}]$$

$$C = Q_1 / U = \epsilon_0 \epsilon_{r1} (S/2) / d + \epsilon_0 \epsilon_{r2} (S/2) / d = 70.7 [\text{pF}]$$

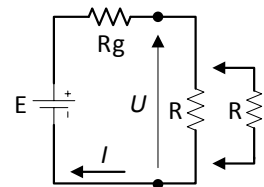
$$W_C = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \cdot 70.7 \cdot 10^{-12} \cdot 28.28^2 = 28.28 [\text{nJ}].$$

Z3. Ems akumulatora $E = 12\text{V}$ $P = RI^2$, $R = P / I^2 = 20 / 2^2 = 5\Omega$. Napon na potrošaču je onda $U = RI = 5 \cdot 2 = 10\text{V}$. $U = E - R_g \cdot I$,

$$R_g = (E - U) / I = (12 - 10) / 2 = 1\Omega. P_g = R_g I^2 = 1 \cdot 2^2 = 4\text{W}. \text{ Ukupno}$$

opterećenje akumulatora je sada $R_v = R \parallel R = R / 2 = 2.5\Omega$, pa je struja

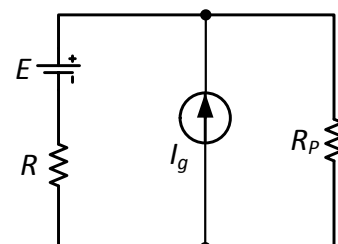
$$I_U = E / (R_g + R_v) = 12 / (1 + 2.5) = 3.43\text{A}.$$



Z4. Metodom potencijala čvorova dobijamo:

$$\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_p}\right) V_A = I_g + \frac{E}{R}$$

$$\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{90}\right) V_A = \frac{1}{3} + \frac{30}{30}, \quad \frac{4}{90} V_A = \frac{40}{30}, \quad V_A = \frac{4}{3} \frac{90}{4} = 30 [\text{V}].$$



$$\text{Struja } I_E = \frac{E - V_A}{R} = \frac{30 - 30}{30} = 0$$

Napon na I_g je $U_g = V_A = 30\text{V}$,

$$P_E = E \cdot I_E = 0$$

$$\text{b) } P_{I_g} = U_g I_g = 30 / 3 = 10\text{W}$$

$$\text{c) } P_3 = \frac{V_A^2}{R_3} = \frac{30^2}{90} = \frac{900}{90} = 10\text{W}.$$

